TD n°5 : Machines thermiques.

Formulaire :

Entropie du gaz parfait:

$$S(T,V) = \frac{nR}{\gamma-1} ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + nR\ ln\left(\frac{V}{V_0}\right) + S_0 \text{ avec } S_0 = S(T_0,V_0)\ ;$$

$$S(T,P) = \frac{nR\gamma}{\gamma-1} ln\left(\frac{T}{T_0}\right) - nR\ ln\left(\frac{P}{P_O}\right) + S_0 \text{ avec } S_0 = S(T_0,P_0)\ ;$$

$$S(P,V) = \frac{nR\gamma}{\gamma-1} ln\left(\frac{V}{V_0}\right) + \frac{nR}{\gamma-1} ln\left(\frac{P}{P_0}\right) + S_0 \text{ avec } S_0 = S(V_0,P_0).$$

Entropie d'une phase condensée indilatable et incompressible:

$$S = C\ ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + S_0 \text{ avec } S_0 = S(T_0)\text{, et } C \text{ la capacité calorifique.}$$

Exercice n°1: Cycle d'un gaz parfait

Une mole de gaz parfait évolue selon le cycle réversible suivant : état A (P,T) puis état B (P_1 >P,T_1) par une compression isentropique, puis état C (P_1 ,T) par une transformation isobare, puis état D (P, T') par une transformation isentropique et enfin état A (P, T).

1. Représenter le cycle en coordonnées de Clapeyron.

2. Calculer le travail reçu au cours du cycle par la mole de gaz. Vérifier son signe en observant le sens de rotation sur le cycle.
On donne: C_{mP} = (7\2)R ; R =8,31 SI ;T_1 = 330 K ; T = 290 K ; T' = 270 K.

3. Dans le cas d'une machine frigorifique calculer son efficacité après l'avoir définie.

4. Dans le cas d'une pompe à chaleur, calculer également son efficacité après l'avoir définie
Réponses: W = 0.582 $kJ.mol^{-1}$ > 0 ; e = 1 ; e' = 2.

Exercice n°2: Cycle d'un moteur diesel

Une mole de gaz parfait subit les transformations réversibles suivantes :

état (1) → état (2) Compression adiabatique
état (2) → état (3) Dilatation à pression constante
état (3) → état (4) Détente adiabatique
état (4) → état (1) Refroidissement à volume constant

Chaque état est défini par la pression P_i, la température T_i, et le volume V_i (i variant de 1 à 4). On note γ le rapport des capacités calorifiques molaires: $\gamma = \frac{C_{pm}}{C_{vm}}$. On définit : $a = \frac{V_1}{V_2}$ et $b = \frac{V_4}{V_3}$.

1. Représenter sommairement le cycle sur un diagramme de Clapeyron P(V). Donner les expressions de la pression, du volume et de la température pour les états (2), (3), (4), en fonction de P_1, V_1, T_1, a et b. Calculer numériquement ces valeurs. Présenter les résultats sous forme de tableau.

2. Calculer les travaux et transferts thermiques échangés pour toutes les transformations subies. Bien préciser notamment le sens des échanges.

3. Proposer une expression pour le rendement ρ d'un moteur fonctionnant suivant ce cycle, en fonction des travaux et transferts thermiques échangés.

4. Donner l'expression du rendement ρ en fonction de γ , a, et b.

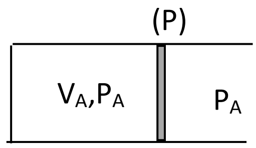
5. Calculer ρ et vérifier la valeur trouvée.

AN : γ = 1,4; a=9; b=3; $P_1 = 1{,}0\ 10^5$ Pa ; T_1 = 300 K ; R = 8,315 J K^{-1} ; C_{Vm} = 20,8 J $K^{-1}mol^{-1}$.

Exercice n°3: Transformations réversible et irréversible

On considère une mole de gaz parfait. On note γ le rapport des capacités calorifiques molaires: $\gamma = \frac{C_{pm}}{C_{vm}}$.

1. Ce gaz est contenu dans un récipient limité par un piston mobile (P). Dans l'état initial (A) le volume est V_A la pression P_A et la température T_A. On fait alors subir au gaz une compression adiabatique et réversible jusqu'à l'état (B) où le volume V_B est égal à $V_A/2$.
Déterminer T_B et P_B en fonction des données initiales.
Donner les valeurs de $Q_{A\to B}$, $W_{A\to B}$; $U_B - U_A$ et $S_B - S_A$.



2. On repart du même état initial A. Maintenant, le système est maintenu en contact thermique avec un thermostat à la température T_A. On change *brusquement* la pression extérieure de la valeur P_A à la valeur 2 P_A. Soit (C) l'état d'équilibre final de (S).
Donner, en fonction des données initiales, les valeurs de V_C , P_C , T_C, et U(C).
Déterminer $Q_{A\to C}$ et $W_{A\to C}$.
Déterminer la variation d'entropie $S_C - S_A$.

3. Partant de la transformation A→B, on complète le cycle par une transformation BD irréversible au contact d'un thermostat à la température à T_B puis une adiabatique réversible DC. Déterminer le volume correspondant au point D.

4. Le cycle étant décrit dans le sens A B D C A, quel est le signe de la chaleur $Q_{C\to A} = Q_1$ au cours de (CA) ?

5. En appliquant le 1^er^ et le 2^ième^ principe donner le signe de Q_2 chaleur échangée le long de (BD) et de W_T, travail total. Quelle fonction peut remplir un tel système ?

Exercice n°4: Étude entropique d'une machine frigorifique

1. On considère un point A_0 de la courbe d'ébullition à la température T_0 : en ce point limite, le fluide est liquide. On pose l'entropie massique du fluide égale à s_0.

1.a Représenter en coordonnées P,V la courbe de saturation ainsi que les isothermes d'Andrews à T_0 et T_1 telle que $T_0 < T_1 < T_C$. Placer le point A_0.

1.b Évaluer l'entropie massique s(A) du fluide en un point A de la courbe d'ébullition à T_1 en supposant la capacité thermique massique c_l du liquide constante le long de la courbe d'ébullition.

1.c A partir de A_0, on effectue une vaporisation isotherme jusqu'au point M(x) où x est le titre massique en vapeur.

1.d On appelle l_0 l'enthalpie massique de vaporisation à T_0. Déterminer l'entropie massique du fluide en M(x).

2. On considère le cycle de transformations réversibles DABCD réalisé à partir du point D sur la courbe de rosée pour une masse unité de fluide.

- DA liquéfaction isotherme à la température T_1 ; on parcourt la totalité du palier de liquéfaction.
- AB détente isentropique qui amène le fluide dans l'état B défini par la température T_0 et un titre x_1.
- BC vaporisation isotherme jusqu'à l'intersection C avec la courbe isentropique passant par D ; l'état est caractérisé par le titre x_2.

2.a Représenter le cycle DABC sur le diagramme P,*v*.

2.b Calculer les valeurs des titres x_1 et x_2 en fonction de c_l, T_0, T_1 et des enthalpies massiques de vaporisation l_0, l_1 aux températures T_0 et T_1

2.c Calculer les transferts thermiques q_0 et $q_1$échangés avec le milieu extérieur par l'unité de masse du fluide au cours des transformations isothermes BC et DA.

2.d Calculer le travail *w* reçu par l'unité de masse du fluide au cours du cycle en appliquant le premier principe de la thermodynamique.

3. Le système précédent constitue une machine frigorifique qui consomme du travail et enlève de la chaleur à la source froide (à la température $T_0 < T_1$), faire un schéma des échanges énergétiques.

3.a Exprimer le coefficient d'efficacité frigorifique η en fonction de T_0 et T_1.

3.b Sachant que T_0 = 268 K et T_1 = 288 K, calculer η.

Exercice n°5: Détente isochore d'une vapeur d'eau saturante

Un récipient fermé et indéformable, de volume V = 1,00 L, contient de la vapeur d'eau saturante dans l'état initial I (T_I = 485 K, $P_I = P^*(T_I)$ = 20 bars, x_{vI} = 1). On le met en contact avec un thermostat à température T_0 = 373 K.

1. Déterminer l'état d'équilibre final F. Calculer la concentration de vapeur x_v au point F, la masse totale m, la masse m_L de liquide et celle m_V de vapeur.
2. Tracer dans le diagramme P(*v*) la courbe de saturation et les deux isothermes. Placer I et F.
3. Calculer l'énergie interne initiale U_I , l'énergie interne finale U_F.
   En déduire le transfert thermique Q algébriquement reçu par l'eau.
4. Calculer l'entropie d'échange de l'eau au cours de l'évolution I→F .
5. Calculer l'entropie initiale S_I, l'entropie finale S_F et la variation d'entropie de l'eau.
   En déduire l'entropie crée au cours de l'évolution I→F. Commenter.

On donne dans le tableau ci-dessous des extraits des tables thermodynamiques de l'eau :

		liquide juste saturé x_V = 0			vapeur saturante sèche x_V = 1		
T	p	v_L	h_L	s_L	v_V	h_V	s_V
K	bar	$m^3\,kg^{-1}$	$kJ\,kg^{-1}$	$kJ\,K^{-1}\,kg^{-1}$	$m^3\,kg^{-1}$	$kJ\,kg^{-1}$	$kJ\,K^{-1}kg^{-1}$
485	20	$1{,}18\ 10^{-3}$	909	2,45	0,0998	2801	6,35
73	1	$1{,}04\ 10^{-3}$	418	1,30	1,70	2676	7,36

Exercice n°6: Pompe à chaleur

Une pompe à chaleur est un dispositif qui, en mode chauffage, puise de l'énergie thermique dans l'air, dans le sol ou dans l'eau des nappes phréatiques, pour la transférer vers le local à réchauffer. Elle est constituée d'un circuit fermé dans lequel circule un fluide caloporteur à l'état liquide, gazeux ou biphasé selon les éléments qu'il traverse. La circulation se fait en régime permanent. On néglige les variations d'énergie cinétique et d'énergie potentielle de pesanteur du fluide caloporteur.

Le cycle de la pompe à chaleur se compose de quatre étapes :

- Compression 1-2 : le gaz subit au cours de sa circulation une compression adiabatique et réversible qui l'amène de l'état 1 (P_1, T_1) à l'état $2(P_2, T_2)$. On note w'_{12} le travail massique utile reçu par le fluide.
- Condensation 2-3 : le gaz se liquéfie totalement à pression constante P_2 jusqu'à la température T_3. Il cède de l'énergie à la source chaude. On note q_{23} l'énergie massique échangée.
- Détente 3-4 : le fluide traverse un tuyau indéformable et ne permettant pas les échanges thermiques. La pression du fluide diminue jusqu'à la pression P_1 et la température vaut alors T_4.
- Évaporation 4-1 : le liquide s'évapore totalement à la pression constante P_1 jusqu'à la température T_1. Il reçoit l'énergie massique q_{41} de la source froide.

1. Quelle est l'unité de : w'_{12}, q_{23} et q_{41}. Quels sont leurs signes ?

2. Montrer que la phase de détente est isenthalpique.

3. Quelle est la relation liant q_{23}, q_{41} et w'_{12} ?

4. Définir l'efficacité e de la pompe à chaleur en fonction de q_{23}, q_{41} et w'_{12}. Montrer que $e > 1$.

On donne ci-dessous le diagramme (P, h) du fluide caloporteur.

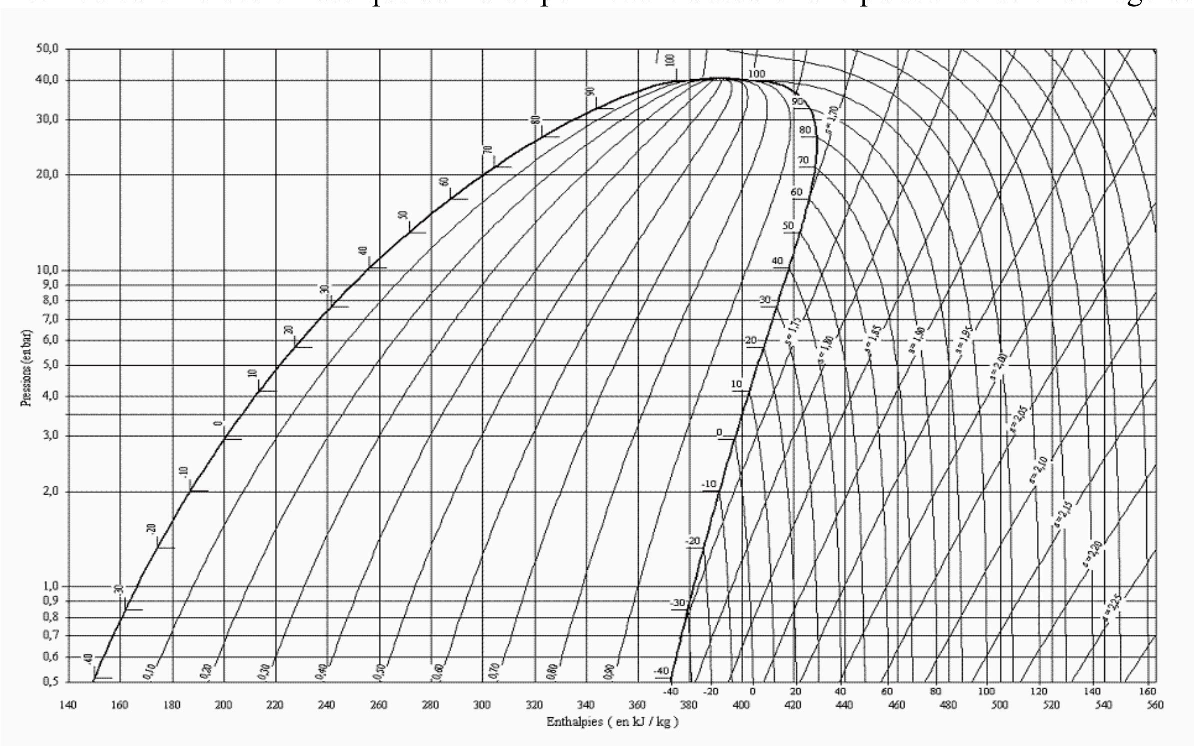
5. La phase liquide y apparaît-elle comme incompressible et indilatable ? La phase gazeuse y apparaît qu'elle est comme un gaz parfait ?

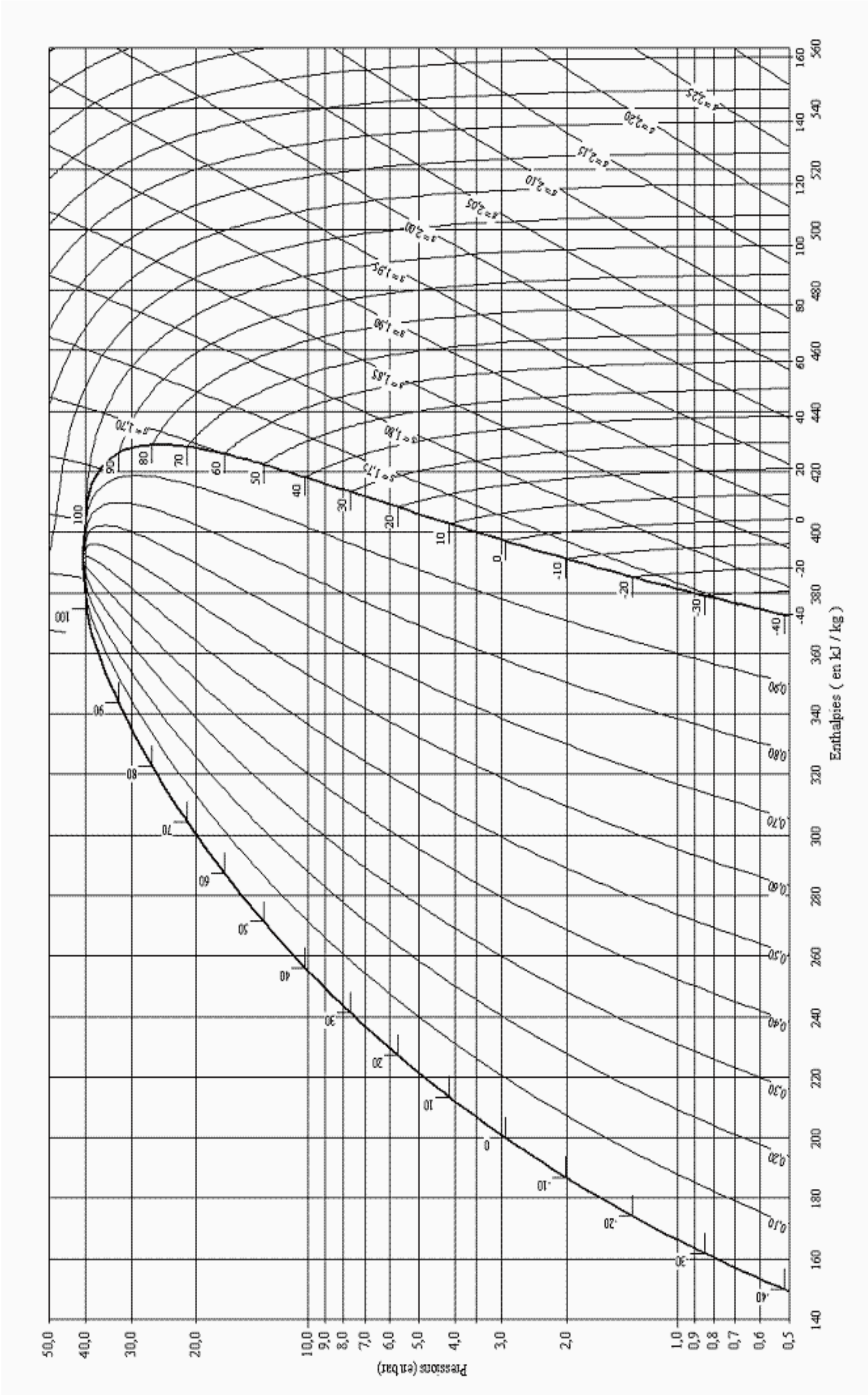
6. Tracer le cycle sur le diagramme et compléter le tableau suivant :

	État 1	**État 2**	**État 3**	**État 4**
$h\ (kJ.kg^{-1})$	402			
$P\ (bar)$	3	10		
$T\ (°C)$	5		40	
État physique	vapeur		Liquide saturant	

7. À partir du diagramme, estimer numériquement l'efficacité de la pompe à chaleur. Comparer la valeur trouvée à celle qui correspond à un cycle de Carnot fonctionnant entre les mêmes températures.

8. Calculer le débit massique du fluide permettant d'assurer une puissance de chauffage de 4 kW.




Enthalpies (en kJ / kg)
Pressions (en bar)