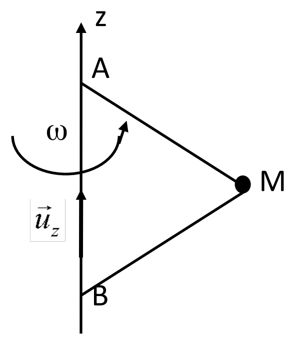
TD n°2 : Dynamique du point matériel

Exercice n°1 : Parabole de sécurité

On considère le cas d'un projectile de masse m lancée à la vitesse $\overrightarrow{v_0}$ faisant un angle α avec l'horizontale dans le champ de pesanteur uniforme depuis le point 0 du sol.

1. Pour quelle valeur de α, à v_0 fixée, le projectile retombe-t-il le plus loin possible.
2. Pour une portée d donnée, montrer qu'il existe deux valeurs de l'angle de tir α possibles à v_0 fixée. Caractériser les tirs.
3. Trouver l'ensemble des points pouvant être atteints par le projectile toujours à v_0 fixée et α variable. Montrer qu'ils sont délimités par une parabole.

Exercice n°2 : Rotation



Une bille de masse m est attachée à deux fils inextensibles, sans masse et de même longueur.

Les autres extrémités des fils sont attachées à deux points A et B d'un axe vertical. Après avoir été lancée, la bille prend un mouvement circulaire uniforme de vitesse angulaire ω.

1. En supposant que les deux fils restent tendus, exprimer les tensions T_A et T_B.
2. Calculer T_A et T_B. On donne: m = 0,1 kg, g = 9,81 ms^{-2}, MA = MB = 30 cm, AB = 40 cm, ω = 10 $rads^{-1}$.
3. Montrer que ω doit être supérieur à une valeur ω_0 que l'on exprimera et calculera.

Exercice n°3 : Chute libre : le joueur de tennis

Dans tout cet exercice, on considérera la balle comme un point matériel, on négligera la résistance de l'air et on prendra g = 9,8 ms^{-2}.

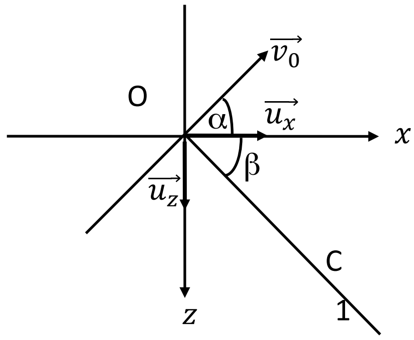
Pour effectuer un service un joueur de tennis lance une balle verticalement vers le haut à partir d'un point A situé 1,6 m au dessus du sol et la frappe avec sa raquette lorsqu'elle atteint le sommet S de sa trajectoire situé 0,4 m plus haut. Elle part alors avec une vitesse $\overrightarrow{v_0}$ horizontale et doit passer au dessus d'un filet de hauteur h = 0,9 m. La distance du joueur au filet est 12 m.

1. Avec quelle vitesse V le joueur lance-t-il la balle verticalement?
2. Établir, dans un repère que l'on définira, l'équation de la trajectoire de la balle après le choc. Quelle est la nature de cette trajectoire ?
3. Quelle doit être la valeur de v_0 pour que la balle passe en un point P situé 10 cm au dessus du filet? Quel est, lors de ce passage, l'angle du vecteur vitesse avec l'horizontale?
4. A quelle distance du filet la balle touche-t-elle le sol? Le joueur marque-t-il le point?

Exercice n°4 : Chute libre: le skieur

Un skieur arrive au sommet O d'une côte, avec une vitesse v_0 faisant un angle α avec l'horizontale. Après O se présente une descente inclinée d'un angle β avec l'horizontale. Le skieur accomplit le saut et reprend contact avec la piste en un point C.

v_0 = 12 $m.s^{-1}$, β = 40°, α = 45°, g = 10 $m.s^{-2}$.



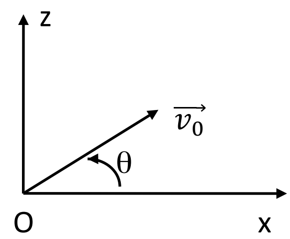
1. Déterminer la nature de la trajectoire et donner son équation.
2. Déterminer:
   a. les coordonnées du point C
   b. la longueur OC
   c. la durée du saut

Exercice n°5 : Mouvement de chute freinée

Un mobile tombant dans l'atmosphère est soumis à son poids $\vec{P} = m\vec{g}$ et à l'action de l'air. En négligeant la poussée d'Archimède, nous supposons que cette action de l'air se réduit à une résistance proportionnelle à la vitesse $\vec{f} = -k\vec{v}$. On abandonne le mobile sans vitesse initiale et en atmosphère calme.

1. Écrire l'équation différentielle du mouvement du mobile
2. Montrer qu'il atteint une vitesse limite v_l que l'on exprimera en fonction de m, k et g.
3. Donner l'expression $v(t)$ de la vitesse en fonction du temps et l'allure de la courbe $v(t)$.
4. Calculer la durée de la chute pour que la vitesse limite soit atteinte à 10^{-2} près en valeur relative. Application numérique: m = $1,00.10^{-6}$ kg, g = 9,81 $m.s^{-1}$, v_l = $5,00.10^{-3}$ $m.s^{-1}$.

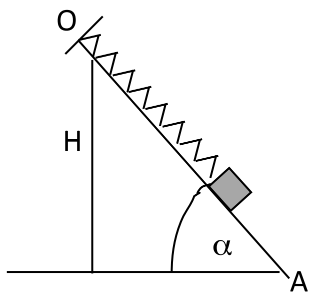
Exercice n°6 : Tir avec force de freinage



Un projectile de masse m est lancée d'un point O avec une vitesse initiale $\vec{v_0}$, dans le plan Oxz, et faisant l'angle θ avec l'axe horizontal Ox. Elle est soumise à la résistance de l'air qui crée une force de freinage proportionnelle à sa vitesse $\vec{f} = -k\vec{v}$.

1. Écrire les équations différentielles du mouvement.
2. En déduire les composantes v_x et v_z de la vitesse. Que deviennent- elles lorsque t tend vers l'infini?
3. Déterminer les équations horaires du mouvement $x(t)$ et $z(t)$.
4. Montrer que, lorsque t tend vers l'infini, la trajectoire admet une asymptote; donner l'allure de la trajectoire.
5. Exprimer les cordonnées du sommet de la trajectoire (on supposera k petit devant les données du problème et on admettra que ln(1+ε) ≈ ε et e^{ε} =1+ ε si ε <<1)
6. Montrer que si le coefficient de frottement k est suffisamment petit, on retrouve les équations sur la vitesse de la chute libre dans le vide.

Exercice n°7 : Translation sur un plan incliné

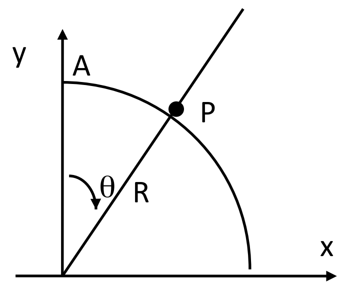


Un solide de masse m est déposé, sans vitesse initiale, à l'extrémité supérieure de la ligne de plus grande pente *Ox* d'un plan incliné faisant un angle α avec l'horizontal.

Soit H la distance de ce point O initial avec l'horizontal.

1. *Absence de frottement*. Déterminer la vitesse du mobile au point A.
2. *Existence de frottement de glissement*. Quelle est la condition sur le coefficient de frottement statique f_0, pour que le solide commence à glisser à t = 0 ? Dans ce cas, déterminer la vitesse du mobile au point A.

Exercice n° 8 : Bille sur une sphère



Un solide P de petites dimensions, assimilable à un point matériel de masse m est placé au sommet A d'une sphère de rayon R = 1 m. On déplace légèrement le point matériel de sorte qu'il quitte la position A avec une vitesse que l'on considérera comme nulle, puis glisse sans frottement le long de la sphère.

1. Déterminer l'angle θ quand le mobile quitte la sphère.

2. Quelle est la vitesse en ce point?

On prendra $g = 10\ ms^{-2}$